

РЕШАВАНЕ НА ПРОБЛЕМИ ПО МАТЕМАТИКА В НАЧАЛНОТО УЧИЛИЩЕ – ЕКСПЕРИМЕНТ В ДВЕ КЛАСНИ СТАИ

Лилия Стоилова

Резюме: Похватът решаване на проблеми е слабо познат в преподаването на математика в началното училище в България. В традиционната методика проблемна ситуация се използва за представяне на нови знания, които учителят демонстрира след това. Изправянето на учениците пред учебни ситуации, в които те самостоятелно или в малки групи изследват възможни стратегии за справяне, е мощен инструмент за повишаване на качеството на образователния процес. За да се провери какви са предимствата и недостатъците на метода, в края на учебната 2020/2021 беше проведено експериментално изследване в два класа – в традиционно и в алтернативно училище. Резултатите дават основание да се търсят възможности за разширяване на изследванията в тази посока и за изграждане на педагогически модели за включване на решаване на проблеми като интегрална част от процеса на преподаване и учене.

Ключови думи: обучение по математика; начално училище; решаване на проблеми; учене чрез решаване на проблеми; проблемен подход; проблемно-базирано учене

MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING IN PRIMARY SCHOOL – AN EXPERIMENT IN TWO CLASSROOMS

Liliya Stoilova

Abstract: The problem-based learning is not popular in teaching mathematics in primary schools in Bulgaria. In the traditional method, the problem situation is used to introduce new knowledge, which the teacher demonstrates afterwards. Confronting students with learning situations, in which they explore the possible solutions strategies individually or in small groups, is a powerful tool for enhancing the quality of the educational process. In view the advantages and disadvantages of this method to be studied, an experiment was conducted in two classes, in a traditional and in an alternative school, at the end of the 2020/2021 school year. The results support the idea of looking for opportunities research in this direction to be expanded and pedagogical

models, including problem solving as an integral part of the teaching and learning process, to be suggested.

Keywords: mathematics education, primary school, problem solving, problem-based learning, problem approach, problem-based approach

ВЪВЕДЕНИЕ

Уменията за справяне с непознати ситуации са в основата на успешната реализация на личността в динамично развиващия се съвременен свят. Навлизането на технологиите все по-дълбоко в живота на човека както в личен, така и в професионален аспект и всички промени, които произтичат от тази технологична (ре)волюция, налагат непрекъснато усъвършенстване на умения и придобиване на нови. В контекста на парадигмата за учене през целия живот (МОН, 2021) както и с целите за устойчиво развитие на ООН (UN General Assembly) е важно да развиваме у децата и младите хора стратегии за учене и справяне с предизвикателства – самостоятелно и в група. За това помага концепцията за решаване на проблеми като интегрална част от образователния процес още от началното училище.

Според целите за устойчиво развитие на ООН (UN General Assembly) една от областите с критично значение за развитието на учениците и успешната им бъдеща реализация е математиката. В същото време това е област, в която българските ученици срещат сериозни затруднения. Традиционно успеваемостта на Национално външно оценяване по математика в 7. клас е ниска, а през 2021 г. за държавен зрелостен изпит този предмет е избран едва от 2503 от 36 048 души или около 7% (МОН, 2021). Това показва, че математиката е нежелана, вероятно неразбрана, учебна дисциплина за голяма част от учениците, завършващи гимназиално образование.

Началният етап на основната образователна степен е първата стъпка на учениците в новата им роля на ученици, първият им досег с академично учене. Тогава се поставят основите на ученето – начална грамотност, стратегии за учене и справяне с непознати ситуации, начални умения за аргументация, отстояване на позиция, самостоятелна работа и съвместна работа в група, които биват надграждани и доразвивани в цялото училищно образование, както и след това. В тази крехка възраст опитът за справяне с непознати ситуации е от съществено значение за изграждане на нагласа за опитване, за избор на стратегии за справяне, за съвместно справяне с предизвикателства. Резултатите на TIMSS 2019 показват, че българските ученици в края на 4. клас се справят успешно при решаване на познати задачи по математика – 90% успеваемост с най-лесни задачи, 71% се справят със средно ниво, а 37% се справят със задачи на високо ниво, които обаче отново са познат тип (TIMSS 2019).

Едва 8% от учениците (нак там) се справят с математически задачи, които не спадат към изучаваните видове напълно, а притежават някои нови за децата характеристики. Тези данни показват, че в края на начален етап на основно образование учениците нямат добре развити умения за прилагане на знанията си по математика по творчески и различни начини в зависимост от контекста, в който се намират. Според доклада на TIMSS разликата в уменията на най-добре справящите се ученици и на учениците с най-ниски резултати е сравнително голяма в България. В дългосрочен план това може да доведе до отпадане на ученици от образователната система, поради задълбочаващи се пропуски в знанията. Най-успешните ученици също търпят негативни последици, тъй като поради малкия им брой те често не получават достатъчно предизвикателни учебни задачи и се налага да ги търсят извън училище. За преодоляване на тези предизвикателства може да помогне ученето чрез решаване на проблеми.

Решаването на проблеми по математика е теория и практика с широко приложение в много страни по света като Нова Зеландия, САЩ, Канада, Финландия и др. Предимствата на този метод са известни още от Джон Дюи, според когото човек може да бъде стимулиран към познание само когато е налице проблемна ситуация (Dewey, 1997). В математическото обучение проблемният подход е популяризиран от Д. Пола (Polya, 1972). Някои трудове по темата има написани и в нашата страна, но практиката е ограничена. Най-често срещани наименования за подхода решаване на проблеми са проблемно-базирано учене, проблемно обучение или учене чрез решаване на проблеми. Десев (2018) описва проблема като „...въпрос или система от йерархично свързани предстоящи за решаване въпроси, чийто отговор не се съдържа в налични знания“. Той свързва „сериозното мислене“ с възникването на проблем или трудна за решаване задача и допълва, че „всеки добър учител поставя пред учащите се множество проблемни въпроси и... постепенно преминава към проблемно обучение“. Самото проблемно обучение авторът определя като „главен път за интензификация и управление на учебния... процес и за развитие на продуктивно и творческо мислене...“. Според Десев предимствата на проблемното обучение са свързани с повишаване на познавателната активност, с развитие на мотивация за учене, с придобиване на опит и създаване на умения за прилагане на знанията и уменията по творчески начин в нови условия. Той отчита и някои недостатъци като: трудно формулиране на учебни проблеми; по-широка и неструктурирана информация, с която учениците работят и по този начин процесът се забавя; неприменност за всяка тема и според него това е причина проблемното обучение да се съчетава с други традиционни и новаторски подходи (Desev, 2018). За Здравка Новакова най-съществен принос на проблемното обучение за образователния процес е преодоляването на

формализма в знанията на учениците и свързва това с уменията им да разсъждават, доказват и прилагат знания и умения в нови ситуации (Nowakowa, 2004). Изследвайки STEM-подхода в обучението по математика, Алексиева (2020) установява, че децата учат по-добре в този тип уроци, „в които се развиват уменията им за решаване на проблемни ситуации, и се подпомага разбирането им за това как теоретичните понятия се прилагат на практика в реалния свят“ (Aleksieva, 2020:724). Минчева, Чаркова и Иванова също подчертават в свое изследване ползите за ученето на учениците от прилагане на проблемен подход в обучението в 1. – 4. клас (Minchewa, Charkowa, Iwanowa; 2017). Дефиницията на PISA от 2012 г. определя решаването на проблеми като „индивидуална способност за включване в процес на когнитивна преработка, за да разбере и разреши проблемна ситуация, в която начинът на решение не е очевиден“ (PISA, 2012: 32). Всичко това изостря вниманието към решаването на проблеми по математика като възможност за подобряване, за задълбочаване на ученето на учениците, за разгръщане на математическите им способности заедно с уменията им да разсъждават и да използват знанията си за справяне в академични и житейски ситуации. Независимо че не са правени достатъчно изследвания върху ефекта от проблемното обучение в България, наличните резултати демонстрират положително влияние върху учениците в посока на задълбочаване на знанията и уменията им, на повишаване на мотивацията и намиране на смисъл в учебната работа. Очевидна е нуждата от по-задълбочено изследване на възможностите за прилагане на проблемен подход в образователния процес, от изграждане на модел за систематично учене чрез решаване на проблеми.

Организацията на ученето чрез решаване на проблеми има собствена структура, която лесно се адаптира към класно-урочната система. Учениците, често в малки групи или по двойки, самостоятелно разсъждават върху възможностите за справяне със задачата/проблема, споделят ученето. Учителят им помага да анализират стратегиите, които са приложили, и сами да преценят коя стратегия е най-ефективна и ефикасна. Ако никой от учениците не е достигнал до най-ефикасния начин, едва тогава той го показва. Те имат възможността да го сравнят със своите стратегии и да се убедят чрез личен опит кой алгоритъм изисква по-малко усилия и е по-ефективен. Този начин на работа осигурява учене с дълбоко разбиране, изграждане на смисъл за големите математически идеи, свързване на началните знания с новите и заздравяване на тези връзки. Националният съвет на учителите по математика на САЩ описва подробно ползите от ученето с разбиране в няколко аспекта. Когато учениците учат с разбиране, повишава се мотивацията за учебна работа; разбирането акумулира още разбиране; подпомага се паметта; дава се възможност знанията да се трансферират в нови ситуации; повлияват се нагласите и вярванията им

за учебния процес като цяло (изграждат нагласа, че могат да се справят и ученето им е значимо); осигурява се самостоятелност и автономност в ученето (NCTM, 2003). От друга страна, работата в малка група или с партньор предоставя на учениците възможност да изпробват стратегии и разсъждения без страх от санкция при грешка – партньорът ще даде друга гледна точка, ще поправи или ще се съгласи и това няма да бъде санкционирано от учителя пред целия клас; развива умения за споделяне и изслушване на различна гледна точка. Аналогично на работата по проекти, „се съдейства за развитие на много аспекти от личността на учениците от начална училищна възраст“ (Kirova, 2019) и се оформят уменията за съвместна работа, които са изключително важни в съвременния свят.

В българската образователна система най-често срещан е традиционният подход на преподаване, в който учителят преподава урока, учениците възприемат, упражняват и прилагат наученото в различни задачи, представени в учебните помагала или от учителя. Често срещан похват е децата да бъдат изправени пред проблемна ситуация, в която те откриват, че има още нещо, което не знаят, но ще научат в този конкретен урок. Следващата стъпка на учителя е да демонстрира начина за справяне с този тип задачи. Този подход има своите предимства и недостатъци и не бива да бъде отхвърлян или идеализиран. Традиционният подход осигурява достигане до повече ученици по едно и също време, но не позволява в достатъчна степен да се удовлетворят индивидуалните им нужди, а начините за учене в група са ограничени за сметка на индивидуалната работа. Вероятността децата да разсъждават самостоятелно върху възможни решения е по-малка за сметка на прилагане на преподадени процеси и действия. Все по-често се организират училища и обучителни организации, които предлагат по-различни подходи към образователния процес – Монтезори и Валдорфски училища, демократични училища, сугестопедични школи, училища, базирани на конструктивистките теории и др. Всички те целят да предоставят образователна услуга, която да удовлетвори променящите се изисквания на родителите, обществото, на съвременността като цяло, включвайки в педагогическите си практики повече възможности за учене чрез решаване на проблеми, изследователство, самостоятелност и групова работа. Всяка алтернативна образователна технология също има своите ограничения и това е причина да се търсят възможности за съвместяване на традиционни и алтернативни практики в полза на най-качествен, задълбочен и смислен образователен процес за българските ученици. Такава възможност предлага проблемният подход. Доколкото този подход е приложим в традиционния образователен контекст и как се справят учениците в края на началния етап с решаването на комплексни проблеми, са въпроси, чийто отговор бе потърсен чрез експериментална

работа. Методиката на провеждане на експеримента, резултатите и изводите от него са представени в следващите части.

МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕ

Настоящата статия представя педагогически експеримент, изследващ уменията на ученици от 4. клас в две различни паралелки да се справят с комплексни проблеми по математика. Целта на този малък по мащаб експеримент бе да определи прилики и разлики в начина на справяне на ученици, получаващи образование в различен образователен контекст – традиционен и алтернативен. Изводите ще послужат за по-качествено структуриране на педагогически модел за развитие на уменията на ученици в начален етап на основно образование за решаване на комплексни проблеми по математика.

За постигане целта на педагогическия експеримент беше подбрана всеобхватна задача, близка до реален житейски проблем, която да позволи на учениците да демонстрират уменията си за справяне с непозната ситуация и да търсят стратегии за решения в група. Бяха изготвени критерии за успешно справяне и бланка за отчет на педагогическото наблюдение. Беше структуриран и проведен урок, в който учениците се запознаха и работиха по избраната задача-проблем.

Двете изследвани паралелки получават образованието си в различен тип училища. Учениците в 41 ОУ „Св. Патриарх Евтимий“ са обучавани чрез традиционните подходи. Учителят има водеща роля в образователния процес, той е основният източник на учебна информация, преподава знания, демонстрира умения, оценява постиженията и санкционира грешките. Учениците по-често са в позиция на слушане, възприемане, упражняване и прилагане на знанията в задачи. Проектните дейности и груповата работа се прилагат сравнително рядко, а по-честата форма на изпитване е контролната работа под формата на тест. Участваха 19 ученици, разпределени в 5 групи.

ЧОУ „Прогресивно образование“, София, (накратко ОПУ 1) е сравнително ново училище, изградено на принципите на конструктивизма и когнитивните науки, според които хората учат най-добре, натрупвайки и разширявайки собствения си опит. Учебната програма е базирана на българските национални стандарти в образователната рамка на International Baccalaureate за начален етап – Primary Years Programme (PYP) (9). В основата на образователния модел стои разбирането за ученика като „собственик“ на процеса на учене и активен участник в него, за взаимовръзката между учебните дисциплини и вярването, че хората учат най-добре заедно, в сътрудничество. Програмата позволява висока степен на учене чрез изследване, проекти, решаване на проблеми, фокус върху развитие на умения и придобиване на компетентности. Участваха 23 ученици, разпределени в 6 групи.

Конкретната задача (Приложение № 1) бе мащабна и многопластова по съдържание, обемна като текст и количество числови данни, отнемаща повече време и изискваща работа в група. На учениците беше предоставен текст, описващ контекста на задачата (история) в размер 1 страница А4 и 4 таблици с числови данни. От тях се очакваше да прочетат задачата, да я анализират и да предложат решение в писмен вид. Историята представя фалит на фирма за озеленяване и необходимост от допълнителни служители в друга фирма, която продължава да оперира в даденото населено място. От учениците се изискваше да анализират трудовото представяне на 10 служители по 4 критерия и да изберат четирима от тях, които да предложат за назначаване. Своя избор и методи за решение трябваше да предложат във вид на писмо до собственика на работещата фирма. Задачата може да бъде решавана на три равнища:

- чрез концепция за производителност, което е трудно постижимо за ученици в начален етап (високо ниво на справяне);
- чрез обобщаване на данни посредством аритметични операции и лична преценка, което се очаква от ученици със средни и високи училищни постижения;
- чрез сравняване на единични стойности и лична преценка, най-ниско ниво на справяне.

Критериите за справяне бяха разпределени в две основни групи – работа по задачата и работа в сътрудничество. В първата група попадат критерии като: извличане на информация от текст; четене на числови данни в таблица; формулиране на цел на дейността си; изграждане на план за действие за постигане на целта; манипулиране на числови данни в таблица с определена цел; анализ на числови данни – директно зададени и получени; формулиране на изводи и решения с математически средства; изводи и решения с нематематически средства – лично мнение, предпочитания, приоритети; описание на пътя за постигнатото решение; дълбочина на въпросите, коментарите и анализите; анализ на данни в тяхната взаимовръзка или като отделни айтеми и отделни групи. Сред уменията за работа в сътрудничество са: съвместно обсъждане по съдържанието на проблема; съвместно обсъждане на план за действие; разпределяне на роли; поемане на отговорности за част от задачата; поемане и следване на лидерство; споделяне на идеи; приемане на чужди идеи; развитие/участие в идеите на другите; компромис; консенсус; липса на вербална или друг вид агресия.

Беше проведено педагогическо наблюдение по зададените критерии. Във всяка паралелка наблюдението се извърши от експериментатора и един независим наблюдател по предварително съставена бланка, съдържаща описаните критерии (Приложение № 2). Наблюдателите отбелязваха с избран знак наличие на конкретни поведения и дейности,

които учениците извършваха по време на работата си.

Експерименталната дейност беше организирана в 3 стандартни учебни часа, но общото време беше преразпределено (Приложение № 3) с оглед непрекъснатост на основните етапи в процеса на работа на учениците.

РЕЗУЛТАТИ ОТ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНАТА РАБОТА

Различията в начина, по който учениците от двата типа училища четат и тълкуват съдържанието на задачата и данните в нея, са представени на таблици 1 и 2. Всички групи в ОПУ 1 демонстрират умения за извличане на по-голямата част от необходимата информация от текста, разглеждат данните във взаимовръзка и търсят отношения между тях. Три групи (половината) се ограничават в разглеждането на очевидна (повърхностна информация), докато останалите три групи формулират разсъждения в дълбочина – смисъл на данните във всяка категория и във връзка с останалите, как връзките между категориите променят смисъла на данните. Всички групи манипулират с данните в задачата чрез математически средства – правят изчисления (в една от групите се прояви объркване в тълкуването на получените резултати). В 41 ОУ три групи се справят с анализа на информацията в задачата. Наблюдава се група, в която тълкуване на проблема не се случва, а се разчита само на общ поглед върху дадената информация.

Всяка клетка в сравнителните таблици отговаря на един екип от ученици в дадения клас.

Един екип представлява 3-4 ученици.

таблица 1. Извлича информация от текст - ОПУ 1

	Извличат количествена информация	Анализират връзки/отношения между дадени данни
резултат		
Тълкуват информация	Задават повърхностни въпроси за изясняване на факти и данни	Задават задълбочени въпроси за изясняване на факти и данни
резултат		
Работят с данни	Манипулират с количествени данни	Разбират смисъла на получени данни
резултат		

таблица 2. Извлича информация от текст - 41 ОУ

Извлича информация от текст	Извличат количествена информация	Анализират връзки/отношения между дадени данни
резултат		
Тълкуват информация	Задават повърхностни въпроси за изясняване на факти и данни	Задават задълбочени въпроси за изясняване на факти и данни
резултат		
Работят с данни	Манипулират с количествени данни	Разбират смисъла на получени данни
резултат		

Общият поглед върху сравнението в работата по задачата показва по-добре развити умения за извличане, тълкуване и манипулиране на информация от учениците, които работят в трансдисциплинарен

контекст. В таблици 3 и 4 наблюдаваме степента на умения на децата да боравят с данни във взаимовръзка – две групи в ОПУ 1 работят на второ ниво на сложност (обработка на общи стойности чрез елементарно събиране) и това е най- високото ниво на работа в традиционен работещия клас (41 ОУ). Останалите 4 групи ученици развиват по-загълбочени стратегии, което не се наблюдава в работата на традиционната паралелка. В ОПУ 1 няма ученици, които да преценяват отделни айтеми от таблиците на око с разбирането, че това би било достатъчно за избора на служител, докато 4 от групите в традиционния клас формулират решението си на този принцип и само в една се наблюдаваше стремеж към манипулиране на данните за добиване на по-точна информация.

таблица 3. Организира и тълкува информация - ОПУ 1

	Създават таблици за организиране на получена информация	Организира информация по други начини	Работят подредено и систематично	
резултат				
Анализира получените данни	Анализира получените данни по два/три променливи без взаимовръзка	Анализира получените данни по всички променливи без взаимовръзка	Анализира получените данни по два/три променливи във взаимовръзка	Анализира получените данни по всички променливи във взаимовръзка
резултат				
Формулират изводи	Формулират изводи и решения чрез нематематически средства (лично мнение, предпочитания и пр)	Формулират изводи и решения чрез математически средства	Описват в свободен текст последователността на действията си за постигнатото решение	
резултат				

таблица 4. Организира и тълкува информация - 41 ОУ

	Създават таблици за организиране на получена информация	Организира информация по други начини	Работят подредено и систематично	
резултат				
Анализира получените данни	Анализира получените данни по два/три променливи без взаимовръзка	Анализира получените данни по всички променливи без взаимовръзка	Анализира получените данни по два/три променливи във взаимовръзка	Анализира получените данни по всички променливи във взаимовръзка
резултат				
Формулират изводи	Формулират изводи и решения чрез нематематически средства (лично мнение, предпочитания и пр)	Формулират изводи и решения чрез математически средства	Описват в свободен текст последователността на действията си за постигнатото решение	
резултат				

Таблицы 5 и 6 демонстрират наблюдаваните поведения на групите в двете училища по отношение на работа в сътрудничество. И в двете училища по-голямата част от децата се разпределиха по групи според предпочитанията си (приятели или друго), за да са по-мотивирани да участват активно в общата дейност. В ОПУ 1 в една от групите членовете трудно се сработиха, а при останалите ясно се отличиха водачи, планиране, изпълнение на план и обединение в името на обща цел – основна функция на работния екип. Разговорите между децата на всички маси бяха оживени, съдържателни и ориентирани към процеса на работа и постигане на решение. В 41 ОУ груповата работа беше предизвикателство за учениците; не се сещат да споделят разсъжденията си с останалите в екипа; ако се досещат, се затрудняват да формулират мислите си на глас. От демонстрираното в рамките на екипната работа стана ясно, че вероятно уменията им да

говорят за учебна задача не са достатъчно добре развити. Умението да слушат идеите на съучениците си трудно се наблюдава, защото малко деца споделят нещо, което да бъде чуто от останалите, съответно оценено като приложимо или не. В една група не се формира екип, в друга един от членовете иззе основната функция без да включи останалите в работата. В две от групите се наблюдаваше активен диалог, а в петата - имаха нужда от допълнителна помощ, за да не прекъсне процеса.

Съществен елемент от този експеримент е умението на децата да следват процедура и да разбират работата като процес, изграден от определени етапи. Таблицы 5 и 6 показват различията между двата класа в това отношение, макар и индиректно. В ОПУ1 децата са по-склонни да следват процедури – начално запознаване, тълкуване и план за действие, изпълнение на плана и формулиране на крайно решение. В две групи се получи смесване на етапите, но след насоки от страна на модератора се върнаха в процеса на работа. От друга страна, децата, работещи в традиционен контекст, масово се насочиха към формулиране на крайно решение още в самото начало. Насоките на модератора върху стъпките на процеса не дадоха резултат, което показва липса на познаване и разбиране за работата като процес. Прескачането на етапи компрометира крайното решение, тъй като децата не отделят време за проучване на проблема в дълбочина.

таблица 5. Организация и умения за работа в група - ОПУ 1

Участват активно в група	Поемат определена роля в групата	Поемат отговорност към общата цел на групата	Поемат отговорност към малки задачи, част от общата работа	Формулират цел на работата си	Създават план за действие	Следват план за действие
резултат						
Участват в обсъждане	Задават въпроси	Отговарят на въпроси	Дават/оценяват идеи	Следват чужда идея	Правят компромис	Стремят се към консенсус
резултат						

таблица 6. Организация и умения за работа в група - 41 ОУ

Участват активно в група	Поемат определена роля в групата	Поемат отговорност към общата цел на групата	Поемат отговорност към малки задачи, част от общата работа	Формулират цел на работата си	Създават план за действие	Следват план за действие
резултат						
Участват в обсъждане	Задават въпроси	Отговарят на въпроси	Дават/оценяват идеи	Следват чужда идея	Правят компромис	Стремят се към консенсус
резултат						

СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ В ДВАТА КЛАСА

Сравнението между двата четвърти класа, традиционно учещи и ученици от „Прогресивно училище“, показва значими различия в начина, по който те подхождат към непознатата задача/проблем, организирани в групи. На първо място се наблюдават различия в начина, по който децата общуват в група относно учебна ситуация – традиционно работещите ученици показват по-ниска степен на групова организация, по-трудно формулират идеи и въпроси, които да станат обект на дискусия, затрудняват се да

излъчат лидер и да структурират работата си за постигане на обща цел. Постиганията на тази паралелка демонстрира по недвусмислен начин ограниченията на традиционния подход на преподаване. В същото време учениците, учещи в трансдисциплинарен контекст, по-лесно се организират и разпределят задачи, в по-голяма степен формулират план за действие и го следват. Опитът с решаване на учебни проблеми е развил умения, които пренасят в нови ситуации, макар и с различна степен на успех.

Качеството на работа със самата задача също е различно в двата класа. В традиционната паралелка по-голямата част от учениците формулират решенията си на най-ниско ниво – чрез преглед и търсене на най-високи единични стойности в таблиците с данни. Само две от петте групи приложиха стратегия за сумиране на стойностите по всяка от таблиците и избор на база общи стойности по четирите показателя. В същото време това най-високо ниво на работа в традиционната паралелка се проявява като най-ниско ниво на работа за учениците от ОПУ 1. Само две групи формулират решенията си на база общи стойности, а третата приложи допълнително пресмятане. Останалите три групи развиват различни идеи, които демонстрират задълбочено мислене, предположения за връзки и отношения между данните. Тези резултати потвърждават, че включването на проблемен подход в учебния процес има положително въздействие върху знанията и уменията на учениците.

В писмата и на двете паралелки ясно личат затруднения при описване на последователност от извършени действия. Това поставя под въпрос осъзнатостта на тези действия и приложението им в други ситуации в бъдеще. Въпреки това учениците в ОПУ 1 по-подробно разписват предприетите действия, които са ги довели до решение, отколкото учениците в традиционната паралелка. Децата са описвали дейности като „събрахме данните в таблиците“, „извадохме“, „умножихме по..“, за да различим...“. При традиционно работещите ученици напътствията на модератора не помогнаха за изразяване на процеса на работа в писмен вид. Пример за това е често откриваното изречение „Разгледахме данните и решихме.“

Сравнението на работата на ученици, работещи в традиционен и трансдисциплинарен контекст, показва, че двете групи подхождат към непознат комплексен проблем по различни начини. Тези различия биха обусловили специфична структура на педагогически модел за развитие на уменията им да решават комплексни проблеми по математика. За първата група (традиционно работещи ученици) би било полезно моделът да включва въвеждащи активности за развитие на умения за работа в група – формиране на група, планиране на обща работа, поемане на отговорност за част от общата работа; активно участие в дискусия – тълкуване, споделяне на лични идеи, оценка на чужди идеи, задаване на въпроси,

активно слушане. Освен това има нужда от допълнително развитие на разбиране и умения за решаването на проблем като процес с неговите етапи – ориентиране, целепологане, планиране, изпълнение, решение (извод). В този процес включването в педагогическия модел на стратегии за решаване на проблеми е третият етап от развитието уменията на учениците в тази област. За учениците, работещи в трансдисциплинарен контекст, първите две стъпки – умения за групова работа и за активно участие в процес, са развити в степен, която позволява фокусирането на педагогическия модел върху стратегии и методи за решаване на комплексни проблеми и чрез тях първите да се доразвиват и обогатяват. И двете групи ученици имат нужда от дейности, които да развиват уменията им за писмено или устно описание на предприетите действия. По този начин ще разширяват дълбочина на мисленето, осъзнатост на процесите, в които участват, както и умения да комуникират идеите си възможно най-ясно, с най-подходящия език и стил.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В резултат на извършената експериментална работа с двата класа се установи, че учениците, чиято учебна работа е организирана трансдисциплинарно и е с възможности за групови активности, се справят по-успешно с решаване на комплексни проблеми по математика. Те са по-склонни да дават идеи и да обсъждат възможности, както и по-активно се включват в групови процеси. Уменията им да извличат и тълкуват информация също са по-добре развити. Независимо от организацията на учебния процес, учениците в 4. клас имат нужда да развиват умения за описване на работата си, за осмисляне на предприетите действия в последователност. Това би им помогнало да поемат отговорност за собственото си учене, да планират и осъществяват самостоятелна учебна дейност.

Изведените констатации са валидни единствено за двете паралелки, участващи в експеримента. Резултатите обаче дават основание за разширяване на проучването в тази посока, за да се потърсят отговори на съществени въпроси. Какви възможности осигурява традиционният подход за включване на проблемно-базирано учене и други алтернативни подходи и практики с оглед задълбочаване на ученето на учениците и повишаване на качеството му? Готови ли са българските учители да инвестират време и усилия в реално приложение на алтернативни подходи и практики в ежедневната си работа? Как да се прилага проблемен подход в учебния процес, без това да оказва негативно влияние върху ученето предвид нуждата от повече време за работа по проблемна ситуация? Отговорите на тези въпроси ще очертаят пътя на промяната, която да позволи на учениците да развиват интерес, задълбочено разбиране и личен смисъл в учебния процес по математика.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение №1. Задача, дадена на учениците

1. Въведение

Господин Иван Стоянов е собственик на фирма „Зелени градини“ в Пловдив. Той и служителите му осигуряват поддръжка на градини и морави за своите клиенти. Друга голяма фирма в града със същата дейност скоро е била затворена и сега г-н Стоянов има повече клиенти. Той иска да наеме четирима от служителите на закритата фирма за лятото, защото неговите настоящи служители не биха могли да се справят с увеличеното натоварване. Г-н Стоянов е получил от другата фирма графици на служителите за месеците юни, юли и август миналата година. Те са отговаряли за косене на морави и продажба на други продукти за дворове като торове, препарати против плевели и спрейове против буболечки.

Закритата фирма предоставя отчети за броя изработени часове на всеки служител за месец, броя на моравите, които е окосил всеки от тях, както и колко пари са спечелили от продажба на другите продукти. Косенето на морави е разделено на голяма, средна и малка задача. Голямата задача може да означава по-голяма морави или изисква повече грижа от средната и малката. Някои морави може да са малки по размер, но да изискват повече усилия, заради различни пречки или да изискват различни видове кантиране (ограждане) или подстригване на тревата. Всички тези обстоятелства влияят на размера на задачата. Фирмата е записала и изминатите километри за месец от служителите за придвижване между градините на клиентите.

2. Проблем

Г-н Стоянов трябва да реши кои четирима служители от закритата фирма да наеме за предстоящото лято. Като използвате осигурената информация, помогнете на г-н Стоянов да реши кои четирима души биха били най-ефективният избор. Напишете му писмо, в което да обясните използваните методи, за да направите своя избор и предложение. Вашата стратегия трябва да може да се прилага при избор на служители всяко следващо лято.

Изработени часове			
Служител	Юни	Юли	Август
Йоан	80	80	80
Соня	75	65	70
Жоро	66	64	63
Калина	45	50	55
Тома	67	70	79
Асен	65	70	78
Мартин	80	79	78
Юлия	40	42	46
Таня	80	75	80
Камелия	78	76	79

Изминати километри			
Служител	Юни	Юли	Август
Йоан	198	200	201
Соня	199	201	198
Жоро	197	199	198
Калина	201	203	199
Тома	200	199	200
Асен	198	196	195
Мартин	200	204	202
Юлия	196	198	197
Таня	201	203	204
Камелия	195	199	198

Изработени задачи									
Служител	Юни			Юли			Август		
	голяма	средна	малка	голяма	средна	малка	голяма	средна	малка
Йоан	15	12	30	16	14	34	16	15	35
Соня	18	10	35	19	12	35	14	16	36
Жоро	14	16	22	15	16	22	13	16	22
Калина	15	13	15	14	13	17	15	12	18
Тома	20	12	14	22	14	16	20	13	25
Асен	16	27	32	14	18	33	15	19	42
Мартин	32	12	9	30	11	10	30	10	13
Юлия	9	22	12	12	15	16	8	10	12
Таня	13	34	32	13	33	31	15	35	12
Камелия	12	11	25	11	10	26	13	14	30

Средна сума, спечелена за седмица от продажба на други продукти			
Служител	Юни	Юли	Август
Йоан	150 лв	157 лв	170 лв
Соня	75 лв	80 лв	80 лв
Жоро	125 лв	150 лв	150 лв
Калина	80 лв	72 лв	65 лв
Тома	135 лв	130 лв	125 лв
Асен	137 лв	153 лв	165 лв
Мартин	110 лв	115 лв	120 лв
Юлия	55 лв	54 лв	60 лв
Таня	300 лв	255 лв	275 лв
Камелия	200 лв	250 лв	265 лв

Приложение №2. Матрица за педагогическо наблюдение

Работа по задачата		Проявления	Работа в група		Проявления
Извлича информация от текст	Извличат количествена информация		Организация	Участват активно в група	
	Анализират връзки/отношения между дадени данни			Поемат определена роля в групата	
	Тълкуват информация			Поемат отговорност към общата цел на групата	
	Задават повърхностни въпроси за изясняване на факти и данни			Поемат отговорност към малки задачи, част от общата работа	
	Задават задълбочени въпроси за изясняване на факти и данни			Формулират цел на работата си	
	Манипулират с количествени данни			Създават план за действие	
	Разбират смисъла на получени данни			Следват план за действие	
Организира и тълкува информация	Създават таблици за организиране на получена информация		Демонстрира умения за групова работа	Участват в обсъждане	
	Организируют информация по други начини			Задават въпроси	
	Работят подредено и систематично			Отговарят на въпроси	
	Анализират получените данни индивидуално според една променлива			Дават идеи	
	Анализират получени данни по две променливи без/във взаимовръзка			Оценяват идеи	
	Анализират получени данни по три променливи без/във взаимовръзка			Следват чужда идея	
	Анализират получени данни по всички променливи без/във взаимовръзка			Правят компромис	
	Формулират изводи и решения чрез математически средства			Стремят се към консенсус	
	Формулират изводи и решения чрез нематематически средства (лично мнение, предпочитания и пр)			Липса на вербална или друг вид агресия (незачитане мнението на другия, отхвърляне, грубо отношение между членовете на групата)	
Описват в свободен текст последователността на действията си за постигнатото решение					

Приложение №3. Организация на експеримента.

№	Дейност	Продължителност
1	Запознанство	5
2	Въведение-дискусия - Разликата между математическа задача и проблем	10
3	Работим по групи - правила за ефективна групова работа; разпределяне на децата	5
4	Общо представяне на проблема за решаване от мен	1
5	Запознаване с информацията и първично обсъждане в групата - какво са разбрали; набелязване на въпроси към учителя	15
6	Отговаряне на въпроси, възникнали в първичното обсъждане - общо с всички групи, за да слушат всички	10
	почивка	
7	Вторично обсъждане и изграждане на план за действие + разпределяне на отговорности между членовете на групата	10
8	Изпълнение на плана за действие, анализ на получените данни и взимане на крайно решение	35
9	Споделяне на крайните решения между групите - работа с целия класа	10
	почивка	
10	Възможност за корекции и съставяне писмо към собственика на фирмата	20
	общо:	120

БИБЛИОГРАФИЯ

- Алексиева, Л. (2020). STEM в контекста на държавния образователен стандарт по математика за началните класове, Образование и изкуства: Традиции и перспективи. [Alekieva, L (2020). STEM in the context of Bulgarian national standards in mathematics education in primary school, Education and arts: Traditions and perspectives]. <https://fnoi.uni-sofia.bg/wp-content/uploads/2020/11/bizhkov.pdf>
- Атанасова, Н. (2014). Проблемно базираното обучение в училище – архаизъм или иновация. В: „Български учител“, № 2, с. 45 – 54, ISSN 1314–9482; „Образование и развитие“, ISSN 2603–3577. [Atanasova, N. (2014). Problem based learning in the school – archaism or innovation. In: Bulgarian teacher, №2, p.45 – 54], ISSN 1314–9482; Education and development, ISSN 2603–3577].
- Десеv, Л. (2018). Речник по психология. София: Булгарика. [Desev, L. (2018). Psychology Dictionary”. Sofia: Bulgarika].
- Kirova, G. Fourth grade project “Sofia – capital of Bulgaria”, Knowledge International Journal, Vol. 31.2, Skopje, 2019, p. 539 – 542.
- Минчева, Р., Чаркова, П., Иванова, Ст. (2017). Проблемно-продуктивната стратегия и варианти за нейното приложение в обучението по математика в 1 – 4 клас. В: Студентски алманах. Т. 4. Стара Загора: Педагогически факултет – Тракийски университет. [Mincheva, R., Charkova, P., Ivanova., St. (2017). Problem-productive strategy and variations for implementing in the mathematics education in 1-4 grades. In: Student almanac. Vol.4. Stara Zagora: Pedagogical Faculty – Tracian University].
- Над 49 000 ученици са заявили желание да се явят на ДЗИ през май (2021). Министерство на образованието и науката, 2 април. [Nad 49 000 uchenitsi sa zayavili zhelanie da se yavyat na DZI prez may (2021). Ministry of Education and Scienceq, April 2]. <https://mon.bg/bg/news/4119>.
- Новакова, З. (2004). Методика на обучението по математика в началните класове. София: Вѳда Словена – ЖГ. [Nowakowa, Z. (2004). Methodology of teaching mathematics in primary years. Sofia: Veda Slovena].
- Поля, Д. (1972). Как се решава задача. София: Народна просвета. [Polya, D. (1972) How to solve problems. Sofia: Narodna prosveta].
- Стратегия за учене през целия живот. [Strategia za uchene prez tselia zhitov]. https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/content/lifelong-learning-strategy-12_bg.
- Резултати от участието на българските ученици от 4. клас в Международното изследване на уменията по математика и природни науки TIMSS (2020). Резултати от Международното изследване TIMSS 2019, Център за оценяване в предучилищното и училищното образование, 9 декември. [Rezultati ot uchastieto na balgarskite uchenitsi ot 4. klas v Mezhdunarodnoto izsledvane na umeniyata po matematika i prirodni nauki TIMSS (2020). Rezultati ot Mezhdunarodnoto izsledvane TIMSS 2019, Tsentar za otsenyavane v preduchilishtnoto i uchilishtnoto obrazovanie, December 9]. https://copuo.bg/upload/docs/2020-12/TIMSS2019_resultati.pdf.

Изследователска програма и концептно-базирано учене на International Baccalaureate. Фондация за образователна трансформация. [Izsledovatel'ska programa i kontseptno-bazirano uchene na International Baccalaureate, Fondatsiya za obrazovatelna transformatsiya]. <https://transform.bg>.

Dewey, Jhon., How We Think. Dover Publications; Revised ed. edition (July 10, 1997).

International Baccalaureate <https://www.ibo.org/>.

NCTM (2003). Teaching Mathematics Through Problem Solving=Prekindergarden - Grade 6.

PISA (2012) Results. Creative Problem Solving. Student's Skills In Tackling Real-Life Problems. Volume 5.

UN General Assembly, Transforming our world : the 2030 Agenda for Sustainable Development, 21 October 2015, A/RES/70/1, <https://www.refworld.org/docid/57b6e3e44.html>.

За автора:

Лилия Стоилова – докторант във Факултет по науки за образованието и изкуствата, Софийски университет „Св. Кл. Охридски“, катедра „Начална училищна педагогика“. Зам.-директор по учебната дейност на ЧОУ „Прогресивно образование 3“. Адрес: София, бул. „Шипченски проход“ № 69А
E-mail: liliya.stoilova@transform.bg

About the Author:

Liliya Stoilova – PhD student at Faculty of Education Sciences and the Arts, Sofia University, „St. Kliment Ohridski“, Department of Primary School Education. Deputy Director for Academic Affairs of Bulgarian Progressive School 3 - Sofia.
Address: Faculty of Educational Studies and the Arts, 1574 Sofia, 69A Shipchenski Prohod Str.
E-mail: liliya.stoilova@transform.bg